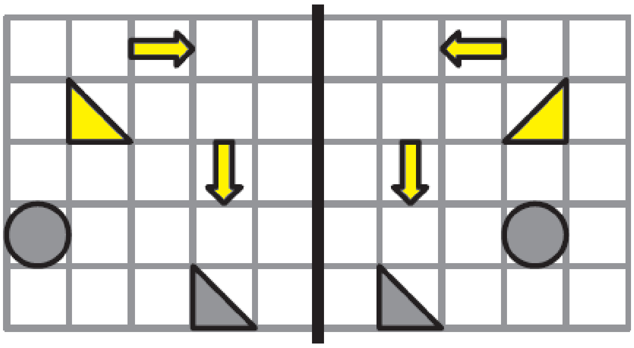
Uitwerkingen wizPROF 2022

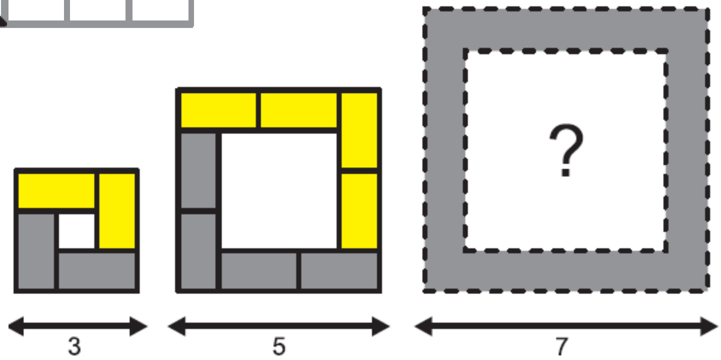
1. B Carola gebruikt $5 + 6 + 5 + 5 = 21$ lucifers en houdt er $30 - 21 = 9$ over.

2. B De omtrek van het vierkant en de driehoek zijn $3 \cdot 12 = 36$. De zijden van het vierkant zijn $\frac{36}{4} = 9$.

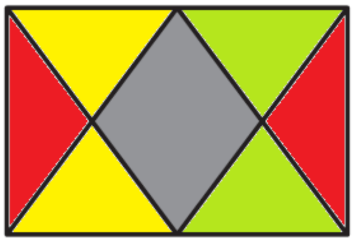
3. C



4. C Voor de grote groep zijn er $2 \cdot 6 = 12$ tafeltjes nodig.



5. C In de figuur hiernaast zie je dat de twee gele driehoeken samen even groot zijn als het grijze gebied. Hetzelfde geldt ook voor de groene driehoeken en de rode driehoeken. $\frac{1}{4}$ deel van de rechthoek is grijs.



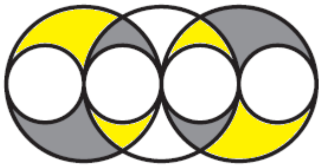
6. D $77 = 7 \cdot 11$, dus $x + 1 = 11$ en $x = 10$.

7. B $g^2 + g = 0 = g(g + 1) \Rightarrow g = 0$ of $g = -1$. De helft en het dubbele van 0 zijn ook weer 0, dus moet het getal -1 zijn.

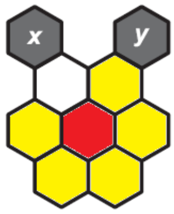
8. C Vorige week gebruikte Jos 4, 2, 2 en 1 tijdseenheden.
Bij diagram A staan 3, 1, 1 en $\frac{1}{2}$ tijdseenheden, bij diagram B 4, 2, 1 en 1 tijdseenheden, bij C $2 = \frac{4}{2}$, $2 = 2$, $1 = \frac{2}{2}$ en $1 = 1$, bij D 4, 1, 1 en $\frac{1}{2}$ en bij E 2, 1, 1 en 1.

9. C 90% komt overeen met $14 + 11 + 10 + 8 + 2 = 45$ stemmen. Er moet nog 10% worden geteld, dat zijn 5 stemmen. Alicia heeft nu 14 stemmen, dus iedereen met meer dan $14 - 5 = 9$ stemmen kan nog winnen: Alicia, Bert en Colin.

10. D Gebruik twee keer de stelling van Pythagoras. De eerste keer vind je de oppervlakte van het middelste vierkant: $22 + 3 = 25$. De tweede keer vind je de oppervlakte van het vierkant met het vraagteken: $25 - 7 = 18$.



11. B De grote cirkels hebben straal 2 en oppervlakte $\pi \cdot 2^2 = 4\pi$. De kleine cirkels hebben oppervlakte $\pi \cdot 1^2 = \pi$. In de figuur zie je dat het grijze gebied dezelfde oppervlakte heeft als het gele gebied. De oppervlakte van het grijze gebied is dan $4\pi - 2\pi = 2\pi$.



12. D Kijk naar de rode zeshoek. Als je deze verlaat op weg naar Y moet dat via een van de vijf zeshoeken. Er zijn daarom vijf manieren om van X naar Y te komen.

13. D De vijf jongere zussen geven allemaal de leeftijd van de oudste zus als antwoord. De oudste zus geeft de leeftijd van de op een na oudste zus als antwoord. Deze zus is één jaar jonger. Als je bij de som dus één optelt, dan is het antwoord een zesvoud. Dat is alleen bij 205 niet het geval.

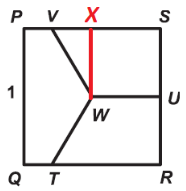
14. D Verdeel de snoepjes in groepjes van zes. Dan pakt Ahmed de laatste van elk groepje, Bilal de laatste van de overgebleven vijf van elk groepje en Chris de laatste van de nog overgebleven vier van elk groepje. Doris pakt van elk groepje er drie: de helft van het oorspronkelijk groepje: DDDCBA| DDDCBA| DDDCBA|…| DDDCBA. Doris pakt dus de helft van alle snoepjes.

15. E De grootmoeder kan $77 = 75 + 2 = 78 - 1 = 81 - 4$ jaar oud zijn, maar ook $79 = 75 + 4 = 78 + 1 = 81 - 2$ jaar oud. Er zijn dus meerdere mogelijkheden.

16. D Als je AB en DC vergelijkt, dan zie je dat 3 keer de breedte van een kleine rechthoek gelijk moet zijn aan 2 keer de lengte. De lengte is dus $\frac{3}{2}$ keer de breedte. AD is dan gelijk aan $2 \cdot \frac{3}{2} + 1 = 4$ keer de breedte van een kleine rechthoek. $DC = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ keer de breedte van een kleine rechthoek.
$\frac{AD}{DC} = \frac{4}{\left(\frac{9}{2}\right)} = 4 \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$.

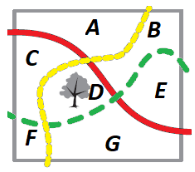
17. A Tot het konijn en de egel elkaar tegenkomen, naderen ze elkaar met een snelheid van $10 + 1 = 11$ m/s. Ze komen elkaar tegen na $\frac{550}{11} = 50$ seconden. Het konijn heeft dan 500 meter gerend, moet dus nog 50 meter rennen. Hij doet daar nog $\frac{50}{10} = 5$ seconden over. De egel doet over diezelfde 50 meter 50 seconden en komt daarom 45 seconden na het konijn bij de rode vlag.

18. E De oppervlakte van het vierkant is 1, dus elk van de drie stukken heeft een oppervlakte van $\frac{1}{3}$.



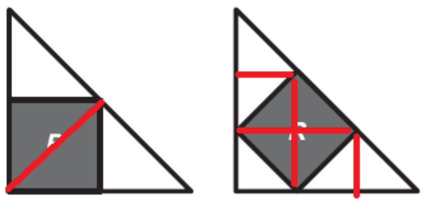
$UW = \frac{1}{2}$, W is immers het middelpunt van het vierkant. Ook is $US = \frac{1}{2}$. Teken de loodlijn vanuit W op X, dan is WUSX een vierkant met oppervlakte $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. De oppervlakte van driehoek WXV is dan $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$. Dus is $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot VX = \frac{1}{12}$ en $VX = \frac{1}{3}$, $VS = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

19. C Geef de door de paden begrensde gebieden namen als in de figuur hiernaast. Kijk je naar het groene pad, dan zie je dat er in ieder geval een boom moet komen in een van de gebieden F, G of E. Kijk je naar het rode pad, dan zie je dat er in ieder geval een pad moet komen in een van de gebieden A, B of E. En kijk je naar het gele pad dan moet er in ieder geval een boom komen in een van de gebieden A, C en F. Dus moeten er zeker in twee van de genoemde gebieden een boom komen. Het totaal aantal bomen in het park moet even zijn (evenveel aan beide kanten van het pad), dus moeten er minstens drie bomen bij komen. En met drie extra bomen heb je aan beide kanten van elk pad evenveel bomen als je een boom plant in elk van de gebieden A, E en F.



20. B Kenza kan de groene, gele en rode ring alleen in deze volgorde van haar vinger halen. De paarse moet er òf voor, òf op een van de twee plaatsen ertussen, òf als laatste. Voor de grijze ring zijn er dan vijf plaatsen: als allereerste, op een van de drie tussenplaatsen van de vier andere ringen, of als allerlaatste. Er zijn dus $5 \cdot 4 = 20$ manieren.

21. B Teken lijnstukken als in de figuur rechts. Dan zie je dat de oppervlakte van vierkant P de helft is van de oppervlakte van elk van de driehoeken. De driehoeken hebben dus oppervlakte 90. Ook kun je zien dat de oppervlakte van vierkant R gelijk is aan $\frac{4}{9}$ van de oppervlakte van elk van de driehoeken, dus gelijk aan 40.



22. C De twaalf gewichten wegen samen $1 + 2 + 3 + \cdots + 11 + 12 = 78$ kg, dus het ontbrekende groepje weegt $78 - 41 - 26 = 11$ kg. Dat groepje kan dan alleen bestaan uit de gewichten van 1, 2, 3 en 5 kg. De vier zwaarste gewichten zijn samen $9 + 10 + 11 + 12 = 42$ kg. Daarom moet het groepje van 41 kg wel bestaan uit de gewichten van 8, 10, 11 en 12 kg. Het derde groepje gewichten (die van 26 kg) bestaan daarom uit de gewichten van 4, 6, 7 en 9 kg.

23. B Er worden $7+6+5+4+3+2+1=28$ wedstrijden gespeeld. Voor een gelijkspel worden 2 punten uitgedeeld. Als alle wedstrijden gelijk eindigen, dan worden er $28 \cdot 2 = 56$ punten verdeeld. Dus er zijn $61-56=5$ wedstrijden niet in een gelijkspel geëindigd. De winnaar kan dus maximaal 5 keer hebben keer gewonnen en 2 keer gelijk hebben gespeeld, goed voor $5 \cdot 3\ + 2 \cdot 1 = 17$ punten.

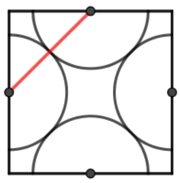
24. D Elke piraat krijgt 5 zilverstukken meer dan goudstukken. De schat heeft $600-200=400$ zilverstukken meer dan goudstukken. In de groep zitten daarom $\frac{400}{5}=80$ piraten.

25. E Kijk naar een hoekblokje: de drie vierkanten hebben daar paarsgewijs een gemeenschappelijke zijde. Op zo'n blokje moeten daarom 1 ster, 1 kruis en 1 cirkel staan. De $2 \times 2 \times 2$ bestaat uit acht hoekblokjes en er staan dus 8 sterren, 8 kruizen en 8 cirkels op

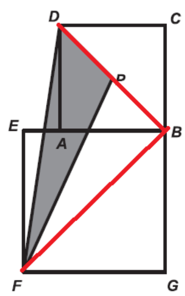
26. C Als Bertha positief zou zijn, dan zou het antwoord op haar vraag "ja" zijn. en zouden Bertha en Albert beiden negatief moeten zijn. Dat kan niet, dus Bertha moet negatief zijn. Maar dan is het antwoord op haar vraag "nee" en moet Albert positief zijn.

27. A Noem de stralen van de cirkels met de middelpunten A, B, C, D en E achtereenvolgens a, b, c, d en e. Dan is $a+b=16$, $b+c=14$, $c+d=17$, $d+e=13$ en $a+e=14$. Tellen we deze vergelijkingen op, dan vinden we $2a+2b+2c+2d+2e=74$, en dus $a+b+c+d+e=37$.
Maar ook is $a+b+c+d+e=16+17+e$, dus $e=4$.
Net zo vinden we $a=10$, $b=6$, $c=8$ en $d=9$.

28. C Bekijk de doorsnede van de kubus met het horizontale vlak door het midden van de kubus. Je ziet dan het plaatje hiernaast. De lengte van het rode lijnstuk is gelijk aan tweemaal de straal van halve bollen, dus gelijk aan de diameter. Met de stelling van Pythagoras volgt de lengte van dit lijnstuk: $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.



29. E Driehoek DBF is rechthoekig (BD en BF zijn diagonalen in de vierkanten). Deze driehoek heeft oppervlakte $\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 = 35$ cm^2. De basis PD van de grijze driehoek is de helft van de basis BD van driehoek DBF, dus de oppervlakte van de grijze driehoek is de helft van 35 cm^2.



30. D 20 is het product van 5, 4 en mogelijk een aantal enen, of van 5, 2, 2 en een aantal enen. In $N+1$ kan dus nooit een 7 voorkomen, zodat 35 als product van de cijfers onmogelijk is. Elk van de andere mogelijkheden kan wel: (A) als bv. $N = 45$ en $N+1=46$; (B) als $N=54$ en $N+1=55$; (C) als $N=522$ en $N+1=523$ en (E) als $N=5221$ en $N+1=5222$.